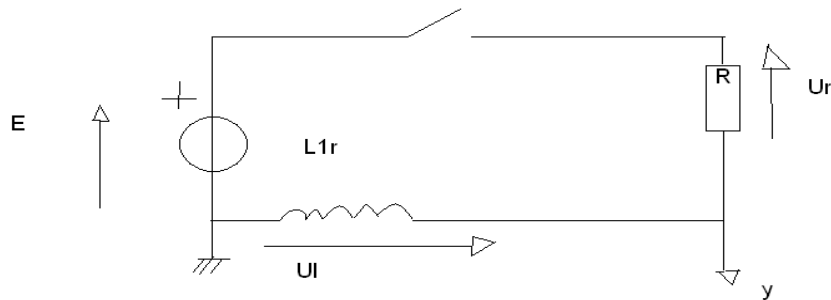


Concours (Physique) Ceerrf 2007

Tension bobine

1°)



2°) a) Compte tenu des conventions du schéma précédent :

$$U_l = ri + L \frac{di}{dt} \quad \text{et} \quad U_r = Ri$$

Additivité des tensions : $E = u_l + u_r$

$$\mapsto E = ri + L \frac{di}{dt} + Ri$$

$$\mapsto E = (R+r)i + L \frac{di}{dt}$$

b) Conditions Initiales :

$$\frac{-0}{\tau}$$

$$\text{A } t = 0 \quad i_0 = 0 = A + Be \quad = A + B$$

$$\mapsto A = -B$$

En régime permanent :

$$t \mapsto \infty \quad \text{et} \quad \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow i_\infty = A + Be^{-t/\tau} = A$$

$$\text{D'après l'équation différentielle, on a : } i_\infty = \frac{E}{R+r}$$

$$\Rightarrow A = \frac{E}{R+r} \quad \text{et} \quad B = \frac{-E}{R+r}$$

$$\text{Donc } i[t] = \frac{E}{R+r} \left[1 - e^{-t/\tau} \right]$$

$$\text{On a : } \frac{di}{dt} = \frac{E}{R+r} e^{-t/\tau} \times \frac{1}{\tau}$$

Et l'équation différentielle :

$$E = (R+r) \left[\frac{E}{R+r} \left[1 - e^{-t/\tau} \right] \right] + \frac{LE}{R+r} e^{-t/\tau} \times \frac{1}{\tau}$$

$$\Rightarrow 0 = e^{-t/\tau} \left\{ \frac{L}{\tau(R+r)} - 1 \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{L}{\tau(R+r)} - 1 = 0 \Rightarrow \tau = \frac{L}{R+r}$$

τ est la constante de temps caractéristique du circuit R, L et caractérise la rapidité avec laquelle le régime permanent s'établit.

$$\text{c) On a } u_L = r i + L \frac{di}{dt}$$

$$= \frac{rE}{R+r} (1 - e^{-t/\tau}) + \frac{LE}{R+r} \times \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}$$

$$= \frac{rE}{R+r} + e^{-t/\tau} \left(E - \frac{rE}{R+r} \right)$$

$$= \frac{rE}{R+r} + e^{-t/\tau} \left[\frac{RE}{R+r} \right] = \alpha + \beta e^{-t/\tau}$$

$$\text{donc } \alpha = \frac{rE}{R+r} \text{ et } \beta = \frac{RE}{R+r} \text{ par identification.}$$

$$\text{d) - en régime permanent } \frac{di}{dt} = 0 \text{ et } t \longrightarrow \infty$$

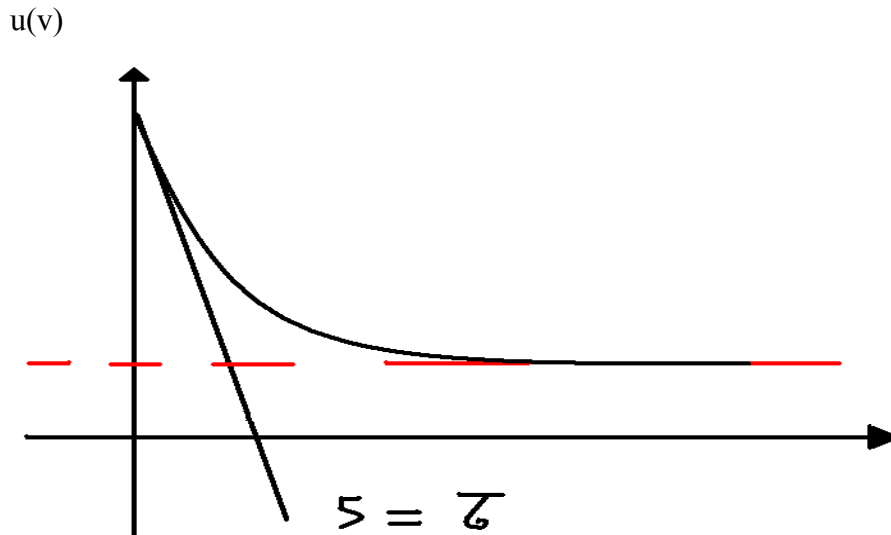
$$\text{Donc } i = I = \frac{E}{R+r} \text{ et } u = rI = U_L$$

$$\text{Soit : } U_L = \frac{rE}{R+r}$$

$$\text{On a donc } U_L = \frac{rE}{R+r} = \frac{10 \times 6}{50} = \frac{6}{5} = 6 \times 0,2 = 1,2 \text{V}$$

Graphiquement: $U_L \approx 1,2 \text{V} \longrightarrow \text{OK}$

3) à $t=0$, la tangente coupe l'asymptote horizontale à $t=\tau$:



Asymptote : $U_L = \frac{E}{R+r}$

La dérivée à l'instant initial est : $\left(\frac{dU_L}{dt}\right) = -\frac{\beta}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{rE}{(R+r)\tau}$

$$= \frac{rE}{L} \quad (\text{pente tangente})$$

donc $u_L = -\frac{rE}{L}t + E$ (équation de la tangente à $t=0$)

Intersection à la date τ : $-\frac{rE}{L}\tau + E = \frac{rE}{R+r}$

$$\text{Soit : } -\frac{rE}{L}\tau = -\frac{rE}{R+r} \longrightarrow \tau = \frac{L}{R+r} \quad (\text{CQFD})$$

On lit graphiquement : $\tau = 5 \text{ ms}$

3) $L = (R+r)\tau = 50 \times 5 \times 10^{-3} = 0,25 \text{ H}$

Exercice II

D)

1°) $\overline{AA'} > 0$ et l'objet à gauche de L

\Rightarrow Image à droite

Soit l'objet réel \xrightarrow{LC} Image Réelle

Donc image renversée /objet

$$2^\circ) \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -1 = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \Rightarrow -\overline{OA'} = +\overline{OA} \quad (1)$$

$$\text{et } \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{\overline{OA'}}{2} \quad (2)$$

$$(1) \text{ et } (2) : \overline{AA'} = \overline{AO} + \overline{OA'} = 2\overline{OA'} = 4f'$$

$$\Rightarrow f' = \frac{\overline{AA'}}{4} = \frac{D}{4}$$

$$3^\circ) f' = \frac{40,0}{4} = 10,0 \text{ cm}$$

$$C = \frac{1}{f'} = \frac{4}{AA'}$$

$$\Rightarrow C = \frac{4}{0,400} = 10,0 \delta$$

II)

1°) Lentilles minces accolées $\Rightarrow O_1 \equiv O_2 \equiv O$

et $AB \xrightarrow{L_1} A_1 B_1 \xrightarrow{L_2} A' B'$

$$\Rightarrow \frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'_1} = C_1 \quad (a)$$

$$\text{et } \Rightarrow \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{f'_2} = C_2 \quad (b)$$

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = C_1 + C_2 = C_{\text{ass}} \quad (a)+(b)$$

$$\Rightarrow C_{\text{ass}} = C_1 + C_2$$

2°) $AB \xrightarrow{L(O;f')} A' B'$

$$\frac{1}{\overline{O'A'}} - \frac{1}{\overline{O'A}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{\overline{O'A'} \times \overline{O'A}}{\overline{O'A} - \overline{O'A'}}$$

avec :

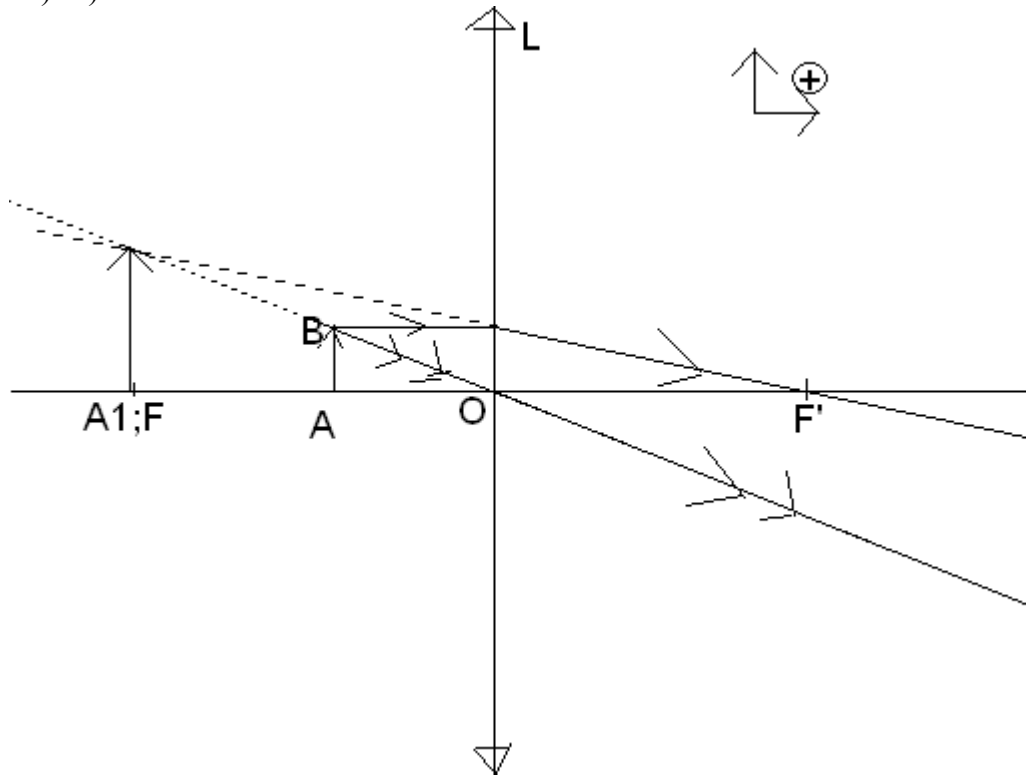
$$\overline{O'A'} = \overline{O'A} + \overline{AA'} = -30 + 90 = 60 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow f' = \frac{60 \times (-30)}{-30 - 60} = \frac{-1800}{-90} = 20 \text{ cm} = 0,20 \text{ m}$$

On veut $C_{ass} = 2C' = 10\delta$

$$\text{Et } 2C' = 2 \times \frac{1}{f'} = 2 \times \frac{1}{0,20} = 10\delta \Rightarrow d' accord!$$

III) 1°)



- 2°) - L'image est de même sens que l'objet (droite).
 - L'image est plus grande que l'objet (graphiquement).
 - L'image est virtuelle car $\overline{OA_1} < 0$

$$3^\circ) \overline{OA_1} = \frac{f' \times \overline{OA}}{f' + \overline{OA}} = \frac{10 \times (-5)}{10 - 5} = 10 \text{ cm}$$

$\overline{OA_1} < 0 \Rightarrow$ Image virtuelle

$$\overline{A_1B_1} = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}} \times \overline{AB} = \frac{-10}{-5} \times 2 = 2 \times 2 = 4 \text{ cm}$$

$\overline{A_1B_1} > 0 \Rightarrow$ Elle est dans le même sens que AB et $\overline{A_1B_1} > \overline{AB} \Rightarrow$ plus grande que \overline{AB} .

4°) Pièce de diamètre D et image de diamètre D' avec $D' = |\gamma|D$

$$(\text{avec } |\gamma| = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}} = \frac{10}{5} = 2)$$

$$\Rightarrow D' = 2D$$

$$\text{avec } S' = \frac{\pi D'^2}{4} = \frac{\pi \gamma^2 D^2}{4} \Rightarrow D = 2 \sqrt{\frac{S'}{\pi \gamma^2}}$$

$$\Rightarrow D = \frac{2}{|\gamma|} \sqrt{\frac{S'}{\pi}}$$

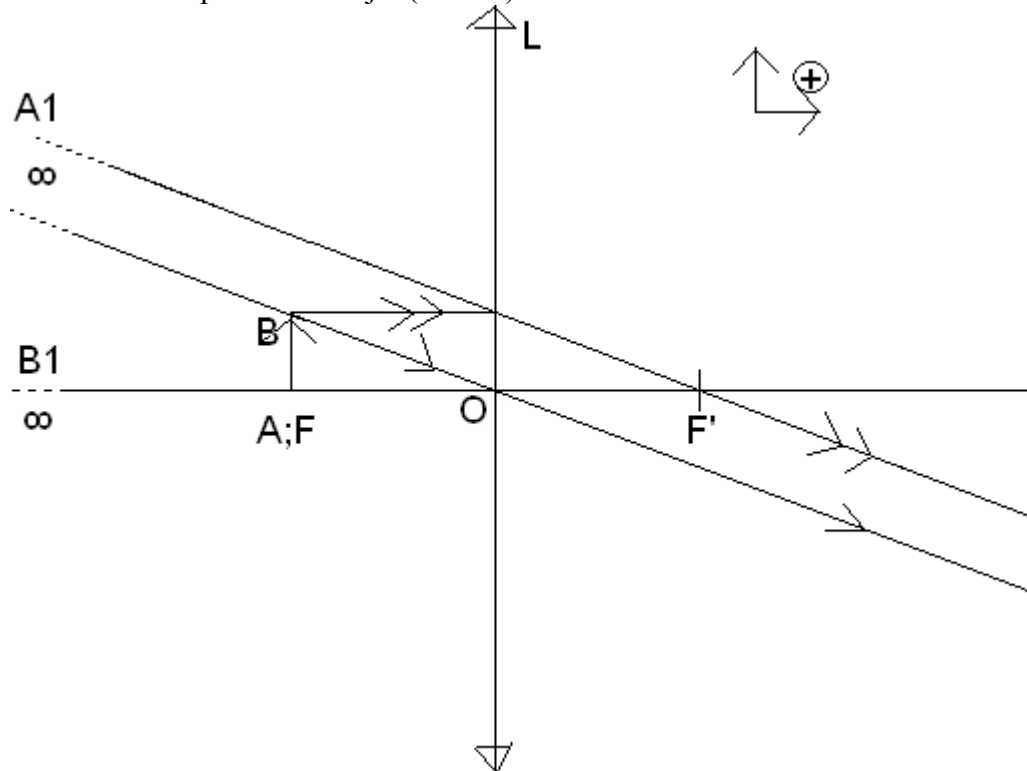
$$\Rightarrow D \approx \frac{2}{2} \sqrt{\frac{12 \times 10^{-4}}{3}} = 2,0 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$= 20 \text{ mm}$$

(On a pris $\pi \approx 3$; approximation permettant le calcul sans calculatrice, comme indiqué dans l'énoncé)

5°) a) Sans fatigue \Rightarrow œil au repos $\Rightarrow A_1 B_1$ à l'infini.

\Rightarrow AB dans le plan focal objet (A en F)



b) On veut

$$\overline{OA_f} = \overline{OF} = -10 \text{ cm} \text{ et } \overline{OA_i} = -5 \text{ cm}$$

donc on éloigne L de l'objet de la distance

$$|\overline{OA_i} - \overline{OA_f}| = |-5 - (-10)| = 5 \text{ cm vers la droite.}$$

Exercice III

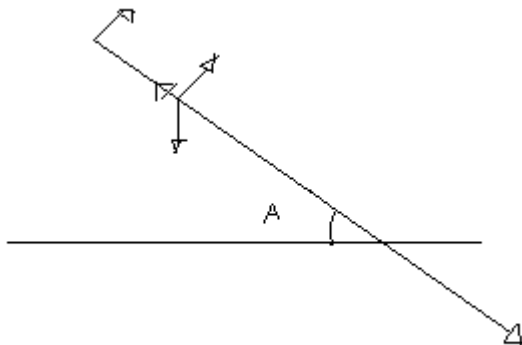
$$1^\circ) \boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0}$$

$$\text{ou } m \ddot{x} + k x = 0$$

ou $\frac{m}{k} \ddot{x} + x = 0$

2°)

a)



b)

$$\begin{cases} \vec{N} = N \vec{j} \\ \vec{T} = -T \vec{i} \\ \vec{P} = mg \sin A \vec{i} - mg \cos A \vec{j} = P \sin A \vec{i} - P \cos A \vec{j} \end{cases}$$

c) A l'équilibre les forces se compensent (1^{ère} ou 2^e loi Newton)

Donc : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{N} = \vec{0}$

Projection selon Ox :

$$mg \sin A - T = 0$$

avec $T = k(x_e - T_0)$

$$\Rightarrow mg \sin A - k(x_e - L_0) = 0$$

$$\Rightarrow x_e = L_0 + \frac{mg \sin A}{k}$$

3°)

a) 2^e loi de Newton selon Ox :

$$mg \sin A - k(x - L_0) = m \ddot{x}$$

$$\Rightarrow mg \sin A + kL_0 - kx = m \ddot{x}$$

$$\Rightarrow \frac{mg \sin A}{k} + L_0 - x = \frac{m}{k} \ddot{x}$$

$$\Rightarrow x_e - x = \frac{k}{m} \ddot{x}$$

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}(x - x_e) = 0$$

b) L'abscisse X est mesurée par rapport à la position d'équilibre soit :

$$\boxed{X = x - x_e} \text{ ou } x = X + x_e$$

c) On a alors : $\dot{X} = \dot{x}$ et $\ddot{x} = \ddot{X}$

D'où l'écriture de l'équation du 3°)a) :

$$\ddot{X} + \frac{k}{m} X = 0$$

d) La solution est du type :

$$X(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \phi\right) \text{ Avec } T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\text{Soit } \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{Et avec } X_0 = x_0 - x_e = x_e + D - x_e = D$$

$$\text{D'où } X_0 = D = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \times 0 + \phi\right)$$

$$\Rightarrow D = X_m \cos \phi$$

De même, la vitesse initiale s'écrit :

$$\dot{X}(0) = 0 = \frac{-2\pi}{T_0} X_m \sin \phi \Rightarrow \sin \phi = 0$$

Donc $\phi = 0$ ou π rad mais $\cos \phi = \frac{D}{X_m}$ est > 0 !

$$\text{Donc } \phi = 0$$

$$\text{D'où } X_m = \frac{D}{\cos \phi} = \frac{D}{\cos 0} = D$$

$$\Rightarrow X(t) = D \cos \left[t \sqrt{\frac{k}{m}} \right]$$

e) $x = X + x_e$

$$\Rightarrow x(t) = D \cos \left[t \sqrt{\frac{k}{m}} \right] + \frac{m_y \sin A}{k} + L_0$$

$$4^\circ) V_n(t) = \dot{x}(t) = -D \sqrt{\frac{k}{m}} \sin \left[t \sqrt{\frac{k}{m}} \right]$$

$$\text{On a : } * \frac{T_0}{4} = \frac{2\pi}{4} \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$* \frac{T_0}{2} = \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$* \frac{3\pi}{4} = \frac{3}{2} \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$* T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Donc :

$V_n(t)$	$-D\sqrt{\frac{k}{m}}$	0	$+D\sqrt{\frac{k}{m}}$	0
t	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0